

ТУНЕЛИ И ПОДЗЕМНЕ КОНСТРУКЦИЈЕ

РИЈЕШЕНИ ЗАДАЦИ

1. На ободу ископа кружног облика пречника 4.0м на дубини од 400м за стање равне деформације измјерене су конвергенције у дијагоналној равни од 0.50цм и у хоризонталној равни (мурети) од 0.00цм. На основу ових мјерења у условима еластичног понашања стијенске масе јединичне тежине 25kN/m^3 и коефицијента Пуасона од 0.25 одредити величине модула еластичности стијенске масе и конвергенције у калоти.

$$u_r = \frac{1-\mu^2}{E} \frac{P_v a}{2} \left\{ (1+\lambda) \left(1 + \frac{\mu}{1-\mu} \right) \frac{a}{r} + (1-\lambda) \left[4 \frac{a}{r} - \left(1 + \frac{\mu}{1-\mu} \right) \frac{a^3}{r^3} \right] \cos 2\theta \right\}$$

Пошто је помјерање на ивици ископа $r=a$, $r/a=1$

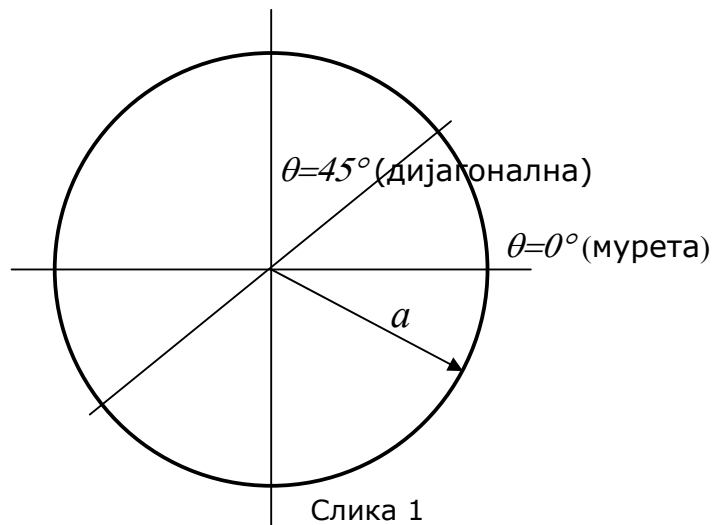
$$u_r = \frac{1-\mu^2}{E} \frac{P_v a}{2} \left\{ (1+\lambda) \left(1 + \frac{\mu}{1-\mu} \right) + (1-\lambda) \left[4 - \left(1 + \frac{\mu}{1-\mu} \right) \right] \cos 2\theta \right\}$$

И послије мало трансформисања

$$u_r = \frac{(1-\mu)(1+\mu)}{E} \frac{P_v a}{2} \left\{ (1+\lambda) \left(\frac{1-\mu+\mu}{1-\mu} \right) + (1-\lambda) \left[\frac{4-4\mu-(1-\mu+\mu)}{1-\mu} \right] \cos 2\theta \right\}$$

Коначан израз за помјерање

$$u_r = \frac{(1+\mu)}{E} \frac{P_v a}{2} [(1+\lambda) + (1-\lambda)(3-4\mu)\cos 2\theta]$$



$$a=4/2=2\text{m}$$

$$P_v=\gamma H=25 \times 400 = 10000\text{kN/m}^2=10\text{MPa}$$

Помјерање у хоризонталној равни је $u_{rh}=0.00\text{cm}$ па је

$$\theta=90^\circ, \cos 2\theta=-1$$

$$u_{rh} = \frac{(1+\mu)}{E} \frac{P_v a}{2} [(1+\lambda) + (1-\lambda)(3-4\mu)\cos 2\theta] = 0 \text{ cm}$$

$$(1+\lambda) - (1-\lambda)(3-4\mu) = 0$$

$$\mu=0.25$$

$$(1+\lambda) - (1-\lambda)(3-4 \times 0.25) = 0$$

$$(1+\lambda) - 2(1-\lambda) = 0$$

$$\lambda = 1/3$$

Помјерање у дијагоналној равни је $u_{rd}=0.50\text{cm}$ па је

$$\theta=45^\circ, \cos 2\theta=0$$

$$u_{rh} = \frac{(1+\mu)}{E} \frac{P_v a}{2} (1+\lambda) = 0.50 \text{ cm}$$

$$\frac{1.25}{2} \times 200 \times \frac{10}{E} \times \frac{4}{3} = 0.50$$

$$E = \frac{1.25 \times 200 \times 10 \times 4}{0.5 \times 2 \times 3} = 3333.3 \text{ MPa}$$

Помјерање у калоти

$$\theta=0^\circ, \cos 2\theta=1$$

$$u_{rv} = \frac{(1+\mu)}{E} \frac{P_v a}{2} [(1+\lambda) + (1-\lambda)(3-4\mu)] = \frac{1+\mu}{2} a \frac{P_v}{E} 2(1+\lambda)$$

$$u_{rv} = \frac{1.25}{2} \times 200 \times \frac{10}{3333.3} \times 2 \times \frac{4}{3} = 1.00 \text{ cm}$$

2. За кружни неподграђени ископ пречника 6.50м који се налази на дубини од 200м у стијенској маси јединичне тежине 26kN/m^3 са модулом деформабилности $E_{sm}=2600\text{MPa}$, измјерен је тангентни напон у мурети на ивици ископа у величини од 11.50MPa .

Третирајући стијенску масу као идеално еластичну средину одредити величине максималне, минималне и просјечне конвергенције и равни у којима се оне јављају.

$$a = 6.50 / 2 = 3.25m$$

$$\gamma = 26kN/m^3$$

$$H = 200m \Rightarrow p_v = \gamma H = 26 \times 200 = 5200kN/m^2 = 5.20MPa$$

$$\theta = 90^\circ, \cos 2\theta = -1, a/r = 1$$

$$\sigma_\theta = \frac{P_v}{2} ((1 + \lambda)x^2 + (1 - \lambda)x^4) = 11.50MPa$$

$$2.6x(2 + 2\lambda + 4 - 4\lambda) = 11.50$$

$$6 - 2\lambda = 4.423$$

$$\lambda = 0.789$$

$$\lambda = \frac{\mu}{1 - \mu} \Rightarrow \mu = \frac{\lambda}{1 + \lambda} = \frac{0.789}{1.789} = 0.441$$

Конвергенција (у центиметрима)

$$u_r = \frac{1 - \mu^2}{E} \frac{P_v a}{2} \left\{ (1 + \lambda) \left(1 + \frac{\mu}{1 - \mu} \right) + (1 - \lambda) \left[4 - \left(1 + \frac{\mu}{1 - \mu} \right) \right] \cos 2\theta \right\}$$

$$u_r = 0,261794(3.2 + 0,466521 \cos 2\theta)$$

Минимална конвергенција

$$\cos 2\theta = -1 \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

$$u_r = 0,261794(3.2 - 0,466521) = 0,716cm$$

Максимална конвергенција

$$\cos 2\theta = 1 \Rightarrow \theta = 0^\circ$$

$$u_r = 0,261794(3.2 + 0,466521) = 0,96cm$$

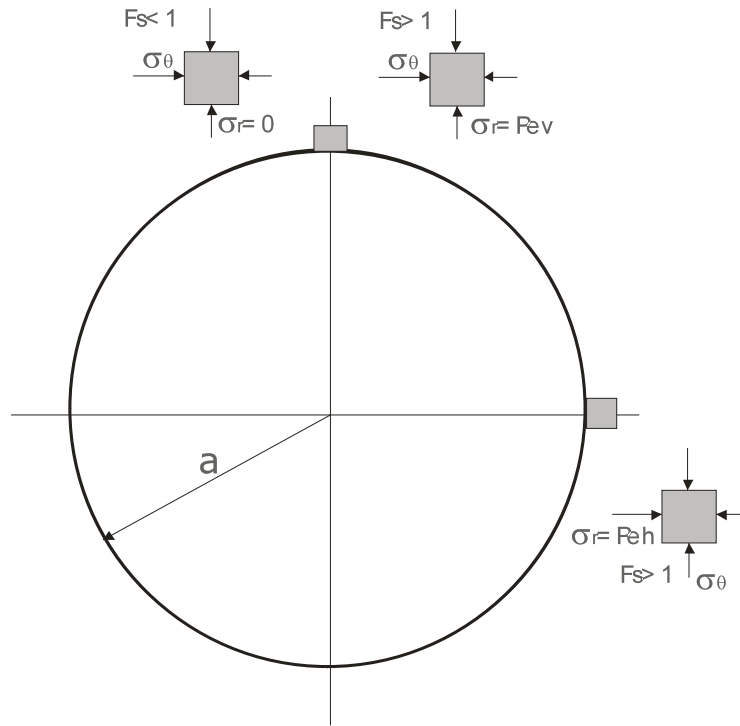
Просјечна конвергенција

$$\cos 2\theta = 0 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$$u_r = 0,261794 \times 3.2 = 0,84cm = \frac{0.96 + 0.716}{2}$$

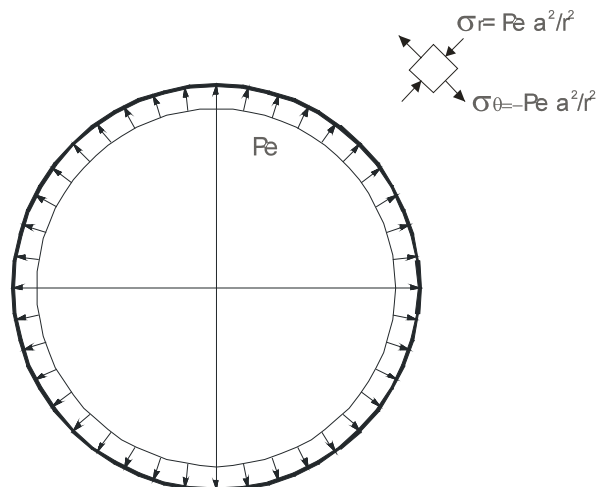
3. За кружни тунелски ископ на дубини од 160м у хомогеној стијенској маси јед. тежине $26kN/m^3$ и односом примарних напона $P_h/P_v=0.80$ одредити минималне реактивне притиске у калоти и мурети тако да се обезбеди еластично понашање стијенске масе чији су параметри отпорности на смицање $c'=0.50MPa$, $\varphi'=30^\circ$.

Решење



Слика 2

На следећој слици је приказано напонско стање у стијенско маси услед равномјерног реактивног оптерећења P_e које дјелује на контури ископа. На самој контури ископа радијални напон је једнак P_e а тангентни $-P_e$ (затезање). Са удаљавањем од контуре ископа и радијални и тангентни напон опадају по закону $P_e a^2 / r^2$ гдје је a полупречник ископа а r је растојање од центра кружног ископа.



Слика 3

Фактор сигурности у тачкама на ободу ископа, у калоти и мурети треба да је већи од јединице да би се обезбиједило еластично понашање стијенске масе у тим тачкама. Користићемо следећи израз за фактор сигурности:

$$F_s = \frac{\sin \bar{\phi}' \left[\bar{c}' \operatorname{ctg} \bar{\phi}' + \frac{1}{2} (\sigma'_1 + \sigma'_3) \right]}{\frac{1}{2} (\sigma'_1 - \sigma'_3)}$$

Калота

$$\theta = 0^\circ \quad \sigma_3 = \sigma_r = P_{ev} \quad \sigma_1 = \sigma_\theta$$

$$P_v = \gamma H = 26 \times 160 = 4160 \text{ kN/m}^3 = 4.16 \text{ MPa}$$

Напон σ_θ добијамо суперпозицијом напонског стања приказаног на слици 2 и слици 3.

Дио напона од реактивног притиска

$$\sigma_\theta = \frac{P_v}{2} \left[(1 + \lambda) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - (1 - \lambda) \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] - P_e \frac{a^2}{r^2}$$

Kirsch-ово решење

Пошто је $r=a$ и $\cos 2\theta=1$ горњи израз се поједностављује и добијамо

$$\sigma_\theta = P_v (3\lambda - 1) - P_{ev} = 4.16(3 \times 0.8 - 1) - P_{ev} = 5.824 - P_{ev}$$

$$F_s = 1$$

$$\frac{\sin \bar{\phi}' \left[\bar{c}' \operatorname{ctg} \bar{\phi}' + \frac{1}{2} (\sigma'_1 + \sigma'_3) \right]}{\frac{1}{2} (\sigma'_1 - \sigma'_3)} = 1 \quad \Rightarrow \quad \sin \bar{\phi}' = \frac{\frac{1}{2} (\sigma'_1 - \sigma'_3)}{\left[\bar{c}' \operatorname{ctg} \bar{\phi}' + \frac{1}{2} (\sigma'_1 + \sigma'_3) \right]} = \sin 30^\circ = 0.5$$

$$\bar{c}' \operatorname{ctg} \bar{\phi}' = 0.5 \times 1.732 = 0.866$$

$$5.824 - P_{ev} - P_{ev} = 0.866 + 0.5 \times 5.824 - P_{ev} + P_{ev}$$

$$2P_{ev} = 0.5 \times 5.824 - 0.866$$

$$\underline{\underline{P_{ev} = 1.023 \text{ MPa}}}$$

Мурета

Слично као и у тачки у калоти:

$$\theta = 90^\circ \quad \sigma_3 = \sigma_r = P_{eh} \quad \sigma_1 = \sigma_\theta$$

$$\cos 2\theta = -1$$

$$\sigma_\theta = P_{ch} (3 - \lambda) - P_{eh} = 4.16(3 - 0.8) - P_{eh} = 9.152 - P_{eh}$$

$$\sin \bar{\phi}' = 0.5 = \frac{\frac{1}{2} (9.152 - P_{eh} - P_{eh})}{0.866 + 0.5 \times 9.152} \Rightarrow \underline{\underline{P_{eh} = 1.855 \text{ MPa}}}$$

4. За кружни ископ пречника 6м на дубини од 70м изведен у чврстој стијенској маси јединичне тежине 25kN/m^3 , са односом примарних напона $P_h/P_v=0.70$ и параметрима чврстоће $\phi'=45^\circ, c'=0.25\text{MPa}$, при услову да постоји равномјеран радијални реактивни притисак подграде од 0.6MPa , одредити фактор сигурности на слом стијене у тачки која је 3.50m удаљена од ивице ископа а налази се у дијагоналној равни провученој кроз осу ископа.

$$a = 6/2 = 3\text{m}$$

$$\gamma = 25\text{kN/m}^3$$

$$H = 70\text{m} \Rightarrow p_v = \gamma H = 70 \times 25 = 1750\text{kN/m}^2 = 1.75\text{MPa}$$

$$\lambda = 0.70, \phi' = 45^\circ, c = 0.25\text{MPa}$$

$$Per = 0.60\text{MPa}$$

$$r = a + 3.50\text{m} = 6.50\text{m}$$

$$a/r = 3/6.50 = 0.462, \theta = 45^\circ, \cos 2\theta = 0$$

$$\sigma_r = \frac{P_v}{2}(1 + \lambda)\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + Per \frac{a^2}{r^2} = \frac{1.75}{2} 1.70(1 - 0.462^2) + 0.6 \times 0.462^2 = 1.17 + 0.128 = 1.298\text{MPa}$$

$$\sigma_\theta = \frac{P_v}{2}(1 + \lambda)\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - Per \frac{a^2}{r^2} = \frac{1.75}{2} 1.70(1 + 0.462^2) - 0.6 \times 0.462^2 = 1.80 - 0.128 = 1.672\text{MPa}$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{P_v}{2}(1 - \lambda)\left(1 - 3\frac{a^4}{r^4} + 2\frac{a^2}{r^2}\right) = -\frac{1.75}{2} 0.30(1 - 3 \times 0.462^4 + 2 \times 0.462^2) = -0.339\text{MPa}$$

Главни напони

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}(\sigma_\theta + \sigma_r) \pm \frac{1}{2}\sqrt{4\tau_{r\theta}^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2}$$

$$\sigma_{1,3} = 1.485 \pm 0.387$$

$$\sigma_1 = 1.872\text{MPa}$$

$$\sigma_3 = 1.098\text{MPa}$$

Фактор сигурности

$$F_s = \frac{\sin \bar{\phi}' \left[c' \text{ctg} \bar{\phi}' + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3) \right]}{\frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3)} = \frac{\sin 45 [0.25 \text{ctg} 45 + 0.5 \times (1.872 + 1.098)]}{0.5 \times (1.872 - 1.098)} = \frac{0.707(0.25 + 1.485)}{0.387}$$

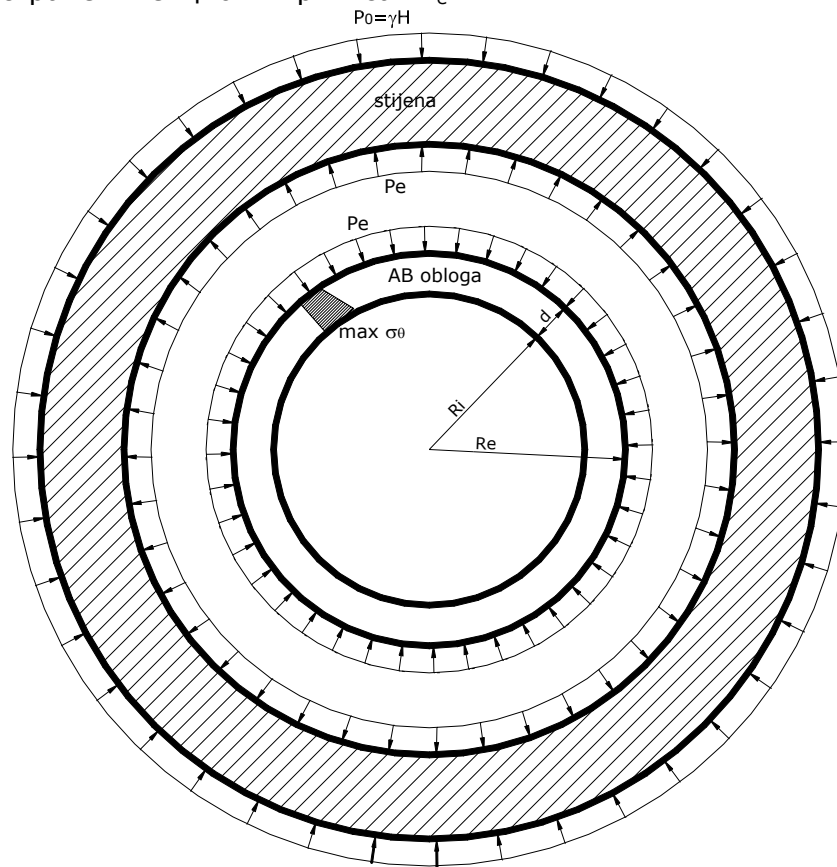
$$\underline{\underline{F_s = 3.17}}$$

5. За монолитну кружну тунелску облогу у ископу пречника 6м са $E_b=17500\text{MPa}, \nu_b=0.15$ који се налази на дубини од 60m у стијенској маси са

хидростатичким стањем примарних напона и јединичном тежином од 25 kN/m^3
 $E_{sm}=2000\text{MPa}$ и $\nu_{sm}=0.35$ одредити дебљину облоге тако да највећи напон у
бетону не пређе вриједност од 10MPa и да се на споју бетона и стијене не јави
завор већи од 2mm .

Решење

На следећој слици је приказано раздвајање система стијена-тунелска облога.
Добијамо облогу на коју дјелује ињекциони притисак и стијенску масу коју
можемо сматрати дебелом цијеви на коју споља дјелује притисак $P_0=\gamma H$ а са
унутрашње стране ињекциони притисак P_e .



$H=60\text{m}$
 $\gamma=25 \text{ kN/m}^3$
 $P_0=\gamma H=25 \times 60 = 1500\text{kPa}=1.5\text{MPa}$
 $R_e=3.0\text{m}$

$$\max \sigma_\theta = \frac{2P_e}{1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2} = 10\text{MPa} = \sigma_\theta, \text{ doz} \Rightarrow P_e = 5 \left[1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 \right]$$

Помијерање стијенске масе:

$$u_{rsm} = \frac{1 + \mu_{sm}}{E_{sm}} (P_0 - P_e) R_e$$

$$u_{rsm} = \frac{1 + 0.35}{2000} \times 300 \times (1.5 - P_e)$$

$$u_{rsm} = \frac{1.35 \times 3}{20} \left[1.5 - 5 \left(1 - \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 \right) \right]$$

$$u_{rsm} = \frac{1.35 \times 3}{20} \left[5 \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 - 3.5 \right]$$

Помијерање бетонске облоге:

$$u_b = \frac{P_e}{E_b} \frac{1 + \mu_b}{1 - \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2} r \left[1 - 2\mu_b + \left(\frac{R_i}{r} \right)^2 \right]$$

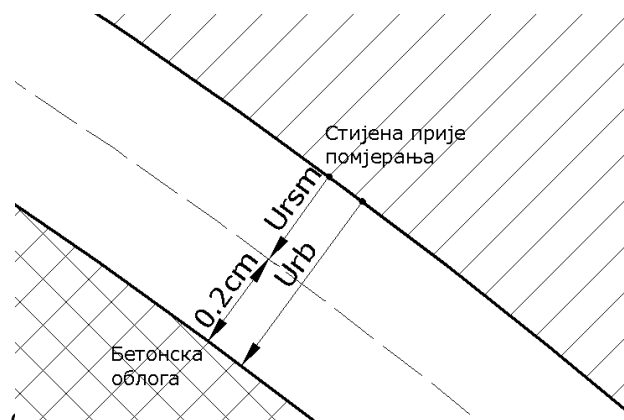
$$u_b = \frac{P_e}{17500} \frac{1.15 \times 300}{1 - \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2} \times \left[1 - 0.3 + \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 \right]$$

$$u_b = \frac{1.15 \times 3 \times 5}{175} \left[0.7 + \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 \right]$$

Са слике на којој је приказан контакт облоге и стијенске масе се види да је:

$$u_{rsm} + 0.2 = u_{rb}$$

Замјеном u_{rsm} и u_{rb} горњи израз добија се:



$$0.2025 \left[5 \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 - 3.5 \right] + 0.20 = 0.0986 \left[0.7 + \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 \right]$$

$$0.9139 \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 = 0.57775$$

$$\frac{R_i}{R_e} = 0.795 \Rightarrow R_i = 238 \text{ cm}$$

$$d = R_e - R_i = 300 - 237 = 62 \text{ cm}$$

$$\underline{\underline{d = 62 \text{ cm}}}$$

6. Под ињекционим притиском на споју монтажне бетонске облоге и стијенске масе дошло је до промјене обима облоге за 2cm. Треба одредити запремину простора који треба да испуни ињекциона маса (cm^3/m') ако је профил ископа 6.86m. Унутрашњи пречник облоге је 6m, дебљина 0.4m, а тунелска цијев лежи на дубини од 150m.

Карактеристике стијенске масе су:

$E_s = 1500 \text{ MPa}$, $\nu_s = 0.3$, јединичне тежине 25 kN/m^3 и односа $P_v/P_h = 1.0$.

Особине бетона облоге су: $E_b = 12000 \text{ MPa}$, $\nu_b = 0.12$

$$R_i = 6 / 2 = 3 \text{ m}$$

$$d = 40 \text{ cm}$$

$$R_e = R_i + 40 = 340 \text{ cm}$$

Почетни спољни обим облоге

$$O = 2R_e\pi = 2 \times 340 \times \pi = 2136.283$$

Услјед дејства ињекционог притиска долази до смањења спољњег обима облоге:

$$O_1 = O - 2 \text{ cm} = 2136.283 - 2 = 2134.283 \Rightarrow R_{e1} = 339.68 \text{ cm}$$

Промјена спољњег полупречника

$$\Delta R_e = R_e - R_{e1} = 340 - 339.68 = 0.318 \text{ cm}$$

Који је ињекциони притисак P_e изазвао ову промјену?

Овај притисак ћемо наћи из израза за помјерање бетонске облоге услјед дејства радијалног притиска P_e :

$$u_b = \frac{P_e}{E_b} \frac{1 + \mu_b}{1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2} r \left[1 - 2\mu_b + \left(\frac{R_i}{r}\right)^2 \right] = \Delta R_e$$

$$\frac{P_e}{12000} \frac{1 + 0.12}{1 - \left(\frac{300}{340}\right)^2} 340 \left[1 - 2 \times 0.12 + \left(\frac{300}{340}\right)^2 \right] = 0.318$$

$$0,220467 P_e = 0.318$$

$$\underline{P_e = 1,4424 \text{ MPa}}$$

Овај ињекциони притисак дјелује и на стијенску масу чије помјерање добијамо из:

$$a = 6.86 / 2 = 3.43 \text{ m} = 343 \text{ cm}$$

$$p_0 = \gamma H = 25 \times 150 = 3750 \text{ kN / m}^3 = 3.75 \text{ MPa}$$

$$u_{rsm} = \frac{1 + \mu_{sm}}{E_{sm}} (P_0 - P_e) a = \frac{1 + 0.3}{1500} (3.75 - 1.4424) \times 343 = 0,686 \text{ cm}$$

На следећој слици је приказано помијерање стијенске масе и облоге. Примјећује се зазор од 3цм између облоге и површине ископа. Зазор који испуњава ињекциона маса је:

$$\delta = a - u_{sm} - (R_e - \Delta R_e) = a - R_e + \Delta R_e - u_{sm}$$

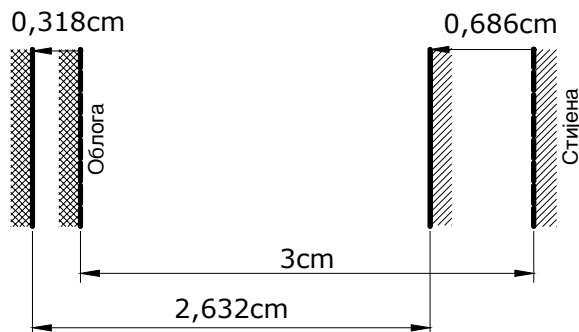
$$\delta = 343 - 340 + 0.318 - 0.686 = 2.632 \text{ cm}$$

Ињекциона маса треба да испуни прстен дебљине $\delta = 2.632 \text{ cm}$ унутрашњег полупречника 340цм и спољашњег 340цм + 2.632цм.

Узимамо средњи полупречник $(340 + 340 + 2.632) / 2$, множимо га са 2π да би добили обим а онда и са δ да би добили површину прстена која уједно представља и потребну запремину ињекционе масе по метру дужном тунела.

$$V_{im} = 2.632 \times (340 + 2.632 / 2) \times 2\pi \times 100$$

$$\underline{V_{im} = 564400 \text{ cm}^3 / \text{m}' = 564.4 \text{ l / m}'}$$



7. За тунелски ископ пречника 8м изводи се примарна бетонска монолитна облога дебљине 35цм и врши се контактано ињектирање под притиском од 0.3 МПа. Након израде секундарне бетонске облоге дебљине 25цм врши се поновно ињектирање на контакту бетон-стијена тако да се не пређе максимални напон у бетону од 11

MPa. Срачунати постигнуте просјечне напоне притиска у дијелу примарне и у дијелу секундарне облоге.

Решење

Примарна облога

У првој фази примарна облога је изложена притиску од $P_1=0.3$ MPa. Максимални тангентни напон у бетону је са унутрашње стране облоге.

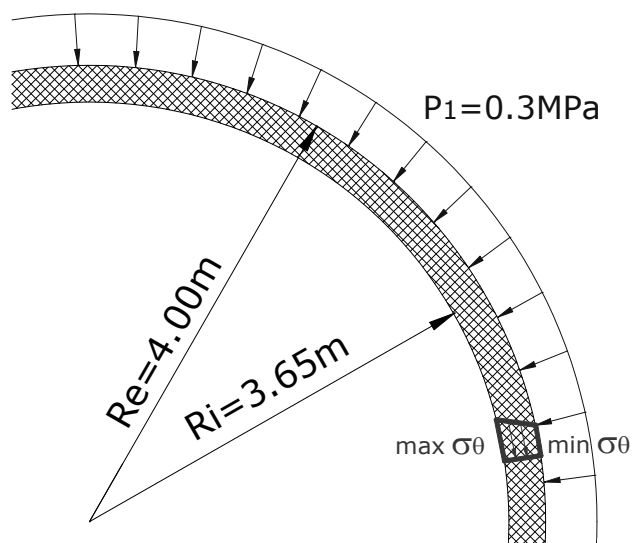
Тангентни напон у бетонској облози дат је са:

$$\sigma_{\theta} = \frac{P_e}{1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2} \left(1 + \frac{R_i^2}{r^2}\right)$$

$$\left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 = \left(\frac{3.65}{4.0}\right)^2 = 0.8326$$

Ако ставимо да је $r=R_i$ онда:

$$\max \sigma_{\theta} = \frac{2P_e}{1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2} = \frac{2 \times 0.3}{1 - 0.8326} = 3.584 \text{ MPa}$$

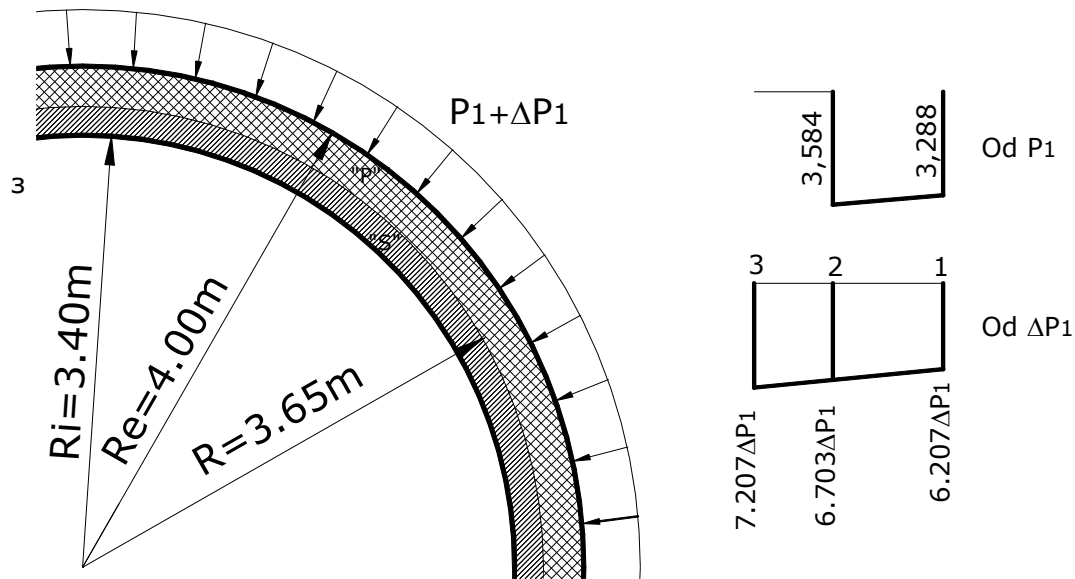


За $r=R_e$

$$\min \sigma_{\theta} = \frac{P_e}{1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2} \left(1 + \frac{R_i^2}{R_e^2}\right) = \frac{0.3}{1 - 0.8326} (1 + 0.8326) = 3.284 \text{ MPa}$$

Примарна+Секундарна облога

При додатном ињектирању облога се понаша као дебела цијев дебљине 35cm+25cm. Пошто је секундарна облога израђена на већ деформисаној секундарној облози то долази до суперпозиције напона од P_1 и ΔP_1 у примарној облози.



Зато што цијев сада ради као цјелина је:

$$\left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 = \left(\frac{3.40}{4.0}\right)^2 = 0.7225$$

Додатни напони у тачкама 1,2,3 се рачунају по формули

$$\Delta\sigma_\theta = \frac{\Delta P_1}{1 - 0.7225} \left(1 + \frac{R_i^2}{r^2}\right)$$

$$r1 = 4 \Rightarrow \Delta\sigma_\theta = \frac{\Delta P_1}{1 - 0.7225} \left(1 + \frac{3.40^2}{4^2}\right) = 6.207\Delta P_1$$

$$r2 = 3.65 \Rightarrow \Delta\sigma_\theta = \frac{\Delta P_1}{1 - 0.7225} \left(1 + \frac{3.40^2}{3.65^2}\right) = 6.730\Delta P_1$$

$$r3 = 3.40 \Rightarrow \Delta\sigma_\theta = \frac{\Delta P_1}{1 - 0.7225} \left(1 + \frac{3.40^2}{3.40^2}\right) = 7.207\Delta P_1$$

Сада укупни напони морају бити мањи од дозвољених па је:

$$3.288 + 6.207\Delta P_1 \leq 11 \Rightarrow \Delta P_1 \leq 1.24\text{MPa}$$

$$3.584 + 6.703\Delta P_1 \leq 11 \Rightarrow \Delta P_1 \leq 1.10\text{MPa}$$

$$0 + 7.207\Delta P_1 \leq 11 \Rightarrow \Delta P_1 \leq 1.53\text{MPa}$$

Мјеродаван је најмањи додатни притисак $\Delta P_1 = 1.10\text{MPa}$.

Сада су укупни напони у тачкама 1,2,3:

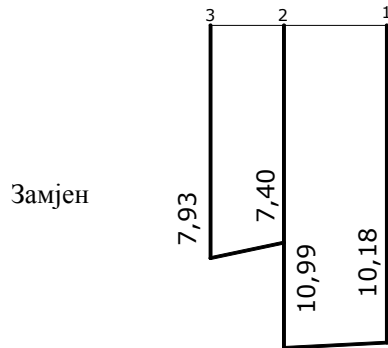
$$\sigma_1 = 3.288 + 6.207\Delta P_1 = 3.288 + 6.207 \times 1.11 = 10.18 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 3.584 + 6.730\Delta P_1 = 3.584 + 6.730 \times 1.10 = 10.99 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2^s = 6.703\Delta P = 6.730 \times 1.10 = 7.403$$

$$\sigma_3 = 0 + 7.207\Delta P_1 = 7.93 \text{ MPa}$$

Укупни напони су приказани на следећој слици



Средњи напон за примарну облогу је $(10.18 + 10.99)/2 = 10.57 \text{ MPa}$ а за секундарну облогу $(7.40 + 7.93)/2 = 7.66 \text{ MPa}$.

8. Хидротехнички тунел пречника ископа 6.00 са бетонском облогом дебљине 30цм ($E_b = 15000 \text{ MPa}$, $\nu_b = 0.15$) добија максимални тангентни напон затезања од 2 МПа при уласку хладне воде у тунел. Који је трајни притисак ињектирања потребан на споју облоге и стијене да се наведени напон затезања смањи на дозвољену вриједност од 0.6 МПа колика се промјена обима *интрадоса* мора измјерити *при извођењу* потребног ињектирања.

$$R_e = 3m, R_i = 2.5m, \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 = 0.694$$

$$\max \sigma_\theta = \frac{2P_e}{1 - 0.694} = 6.536P_e$$

Када у тунел уђе хладна вода она у бетону изазива напон затезање од -2 МПа. Тражимо напон притиска $\Delta\sigma_\theta$ који претходно треба унијети у бетонску облогу тако да је:

$$\Delta\sigma_\theta - 2 = -0.60 = \sigma_{\text{doz}} \Rightarrow \Delta\sigma_\theta = 2 - 0.6 = 1.4 \text{ MPa}$$

Ињектирањем је потребно унијети у бетонску облогу напон притиска од 1.4 МПа што одговара инјекционом притиску од:

$$P_e = \frac{\Delta\sigma_\theta}{6.536} = \frac{1.4}{6.536} = 0.214 \text{ MPa}$$

Радијално помјерање унутрашње контуре ископа (интрадоса) услед дејства ињекционог притиска:

$$u_r(r = R_i) = \frac{P_e}{E_b} \frac{1 + \mu_b}{1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2} r \left[1 - 2\mu_b + \left(\frac{R_i}{r}\right)^2 \right] = \frac{0.214}{15000} \times \frac{1 + 0.15}{0.306} \times 250 [1 - 2 \times 0.15 + 1]$$

$$u_r = 0.023 \text{ cm}$$

Овом радијалном помјерању одговара промјена обима интрадоса (смањење обима):

$$\Delta O = 2\Delta R_i \pi = 2 \times u_r \times \pi = 0.14 \text{ cm}$$

9. У кружном ископу пречника 5.5м формирана је примарна монолитна бетонска облога дебљине 25цм и ињектиран је спој бетона и стијене са равномјерно распоређеним трајним ињекционим притиском од 0.6 Мра. Затим је постављена монтажна бетонска облога дебљине 40цм која се чини монолитном са трајним ињекционим притиском равномјерно распоређеним на споју монолитне и монтажне облоге. Колики се максимални притисак ињектирања на споју примарне и секундарне облоге може дозволити ако је максимални дозвољени напон притиска у облогама +10 Мра а затезања -1 Мра.

За примарну облогу:

$$R_e = 5.5/2 = 2.75 \text{ m}, R_i = R_e - 0.25 = 2.75 - 0.25 = 2.5 \text{ m}, \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 = 0.826$$

За $r = R_i$

$$\sigma_\theta = \frac{P_e - P_i \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2} + \frac{P_e - P_i}{1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2} \frac{R_i^2}{r^2} = \frac{0.6 - 0.826 P_i}{1 - 0.826} + \frac{0.6 - P_i}{1 - 0.826}$$

$$6.896 - 10.494 P_i = -1 \text{ MPa} \Rightarrow \underline{P_i = 0.75 \text{ MPa}}$$

За секундарну облогу:

$$\sigma_{\max} = \frac{2P_i}{1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2} = \frac{2 \times 0.75}{1 - \left(\frac{2.1}{2.5}\right)^2} = 5.08 \text{ MPa} < 10 \text{ MPa}$$

10. За тунелски ископ пречника 5.4м, на дубини од 180м у стијенској маси са хидростатичким стањем примарних напона и јединичном тежином 25 kN/m^3 , са параметрима чврстоће: $c' = 0.6 \text{ MPa}$, $\varphi' = 30^\circ$ димензионисати НАТМ подграду по методи Sattler-Rabcewicz-a са коефицијентом сигурности 1.10, при томе носивост прсканог бетона МБ 20 и арматуре не треба да пређе 35% од носивости сидара са максималном силом у сидру 450кN. Нацртати подграду за горњи дио пресека.

$$p_0 = \gamma H = 180 \times 25 = 4500 \text{ kPa} = 4.50 \text{ MPa}$$

$$\kappa = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \frac{1 + 0.50}{1 - 0.50} = 3.0$$

$$\sigma_c = 2 \frac{c \cos \phi}{1 - \sin \phi} = 1.2 \frac{0.866}{0.50} = 2.08 \text{ MPa}$$

$$P_e(\tau_{\text{mob}}) = \frac{w}{a} \cos \phi \frac{2 - \sin \phi}{1 - \sin \phi} c \cos \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\phi}{4} \right)$$

$$P_e(\tau_{\text{mob}}) = \frac{w}{2.70} \times 0.866 \times \frac{1.50}{0.5} \times 0.6 \times 0.866$$

$$\underline{\underline{P_e(\tau_{\text{mob}}) = 0.50 \times w}} \quad (1)$$

$$r_0 = w + a = a \left[\frac{2p_0 - \sigma_c}{(1 + \kappa)p_e} \right]^{\frac{1}{\kappa - 1}}$$

$$\left(\frac{w + a}{a} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} = \frac{2p_0 - \sigma_c}{(1 + \kappa)p_e}$$

$$\underline{\underline{\left(\frac{w}{2.7} + 1 \right)^{3-1} = \frac{2 \times 4.5 - 2.08}{(1 + 3)p_e} = \frac{1.73}{p_e}}} \quad (2)$$

Ако (1) замијенимо у (2) добијамо једначину по w:

$$\left(\frac{w}{2.7} + 1 \right)^2 = \frac{1.73}{0.5w}$$

Она се решава итеративно. Напишимо је као:

$$\left(\frac{w}{2.7} + 1 \right)^2 = \frac{3.46}{w} \Rightarrow w = \frac{3.46}{\left(\frac{w}{2.7} + 1 \right)^2} = f(w)$$

Методом прости итерације формирамо итеративни низ

$$w_{k+1} = f(w_k), k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Да би итеративни низ конвергирао потребно је да је

$$\left| \frac{df}{dw} \right| = |f'(w)| < 1$$

$$|f'(w)| = \left| \frac{2.563}{\left(\frac{w}{2.7} + 1 \right)^3} \right| < 1 \text{ за } w > 0.995$$

Претпоставимо почетну итерацију $w_0 = 1.0 \text{ m}$

$$w_0 = 1.0\text{m} \Rightarrow w_1 = \frac{3.46}{\left(\frac{w_0}{2.7} + 1\right)^2} = w = \frac{3.46}{\left(\frac{1.0}{2.7} + 1\right)^2} = 1,842469\text{m}$$

Настављајући поступак добијамо:

| | | | | | |
|----------|----------------------|----|----------|----|----------|
| k | w_k | 8 | 1,429167 | 18 | 1,457694 |
| 0 | 1 | 9 | 1,479376 | 19 | 1,459145 |
| 1 | 1,842469 | 10 | 1,444045 | 20 | 1,458127 |
| 2 | 1,222418 | 11 | 1,468773 | 21 | 1,458841 |
| 3 | 1,639441 | 12 | 1,4514 | 22 | 1,45834 |
| 4 | 1,339479 | 13 | 1,463573 | 23 | 1,458692 |
| 5 | 1,545799 | 14 | 1,455027 | 24 | 1,458445 |
| 6 | 1,399216 | 15 | 1,461019 | 25 | 1,458618 |
| 7 | 1,501073 | 16 | 1,456814 | | |
| | | 17 | 1,459763 | | |

Значи, $w=1.459\text{m}$

$$p_e(\tau_{\text{mob}}) = 0.5w = 0.5 \times 1.459 = 0.729\text{MPa}$$

Могли смо w да изразимо и на други начин:

$$\left(\frac{w}{2.7} + 1\right)^2 = \frac{3.46}{w} \Rightarrow w = 2.7 \left(\sqrt{\frac{3.46}{w}} - 1 \right) = f(w)$$

$$|f'(w)| = \left| \frac{2.511}{\sqrt{w^3}} \right| < 1 \text{ за } w > 1.847\text{m}$$

Пошто је решење 1.459m видимо да у околини решења није задовољен услов да је $|f'(w)| < 1$ па ако би направили итеративни низ по овој формули онда он не би конвергирао ка решењу.

Подграда ће бити оптерећена са притиском $p_e(\tau_{\text{mob}}) = 0.729\text{MPa}$. Потребно је да се подграда одупре овом притиску са коефицијентом сигурности је $F_s = 1.1$. Укупни отпор подграда је једнак збиру отпора (еквивалентних притисака) бетона, сидара и арматуре:

$$p_e = p_{ea} + p_{eb} + p_{es} = F_s \times p_e(\tau_{\text{mob}})$$

Према услову задатка

$$p_{ea} + p_{eb} \leq 0.35p_{es}$$

Онда је

$$p_e = p_{ea} + p_{eb} + p_{es} = 0.35p_{es} + p_{es} = 1.1 \times 0.729 = 0.8019\text{MPa} = 802\text{kPa}$$

$$1.35p_{es} = 802\text{kPa} \Rightarrow \underline{\underline{p_{es} = 593\text{kPa}}}$$

Сада одређујемо потребан број сидара. Из услова да је сила у сидру мања од дозвољене добијамо потребно радијално односно подужно растојање сидара (усвојићемо да је радијално једнако подужном)

$$p_{es} = \frac{S}{e_r \times e_l} \Rightarrow S = p_{es} \times e_r \times e_l < S_{max} = 450kN$$

$$e_r = e_l = e \Rightarrow 593 \times e^2 < 450kN \Rightarrow e < 0.87m$$

Потребни број сидара добијамо тако што обим подземног ископа подијелимо са растојањем сидара:

$$n = \frac{2a\pi}{e} = \frac{2 \times 2.7 \times \pi}{0.87} = 20 \text{ сидара (10+10)}$$

Носивост арматуре

$$MB20 \Rightarrow \tau_B = 0.20 \times 20 = 4MPa, E_a / E_b = 10$$

$$p_{ea} = \frac{2f_a \tau_b E_a / E_b}{a \cos \phi} = f_a \frac{2 \times 4 \times 10}{2.7 \times \cos 30}$$

$$p_{ea} = 34.21 \times f_a$$

Усвоји се арматура 10φ12 па је:

$$f_a = 10 \times 1.13 \times 10^{-4} = 11.3 \times 10^{-4} m^2 / m'$$

$$P_{ea} = 34.21 \times 11.3 \times 10^{-4} \times 1000 = 39kPa$$

Пошто је

$$p_{ea} + p_{eb} = 0.35p_{es} = 0.35 \times 593 = 207kPa$$

$$p_{eb} = 207 - p_{ea} = 207 - 39$$

$$p_{eb} = 168kPa$$

$$p_{eb} = \frac{2 \times \tau_b \times d_b \times 1.00}{a \cos \phi} = \frac{2 \times 4000 \times d_b}{2.7 \times 0.866} = 168kPa \Rightarrow \underline{\underline{d_b \cong 5cm}}$$

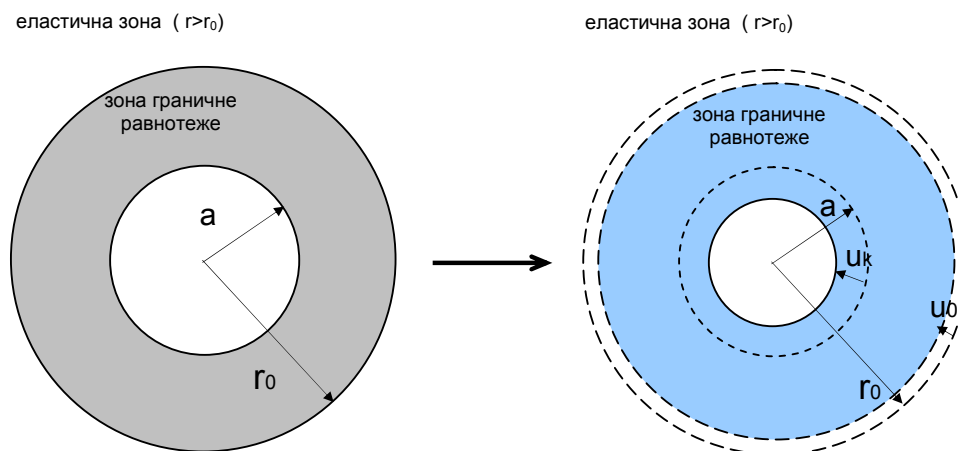
Сада можемо срачунати и слободну дужину сидара према формули:

$$l_s = d_b + r_0 - a + e_r \frac{r_0}{a} \frac{1}{2} = 0.05 + 1.458 + \frac{0.87}{2} \frac{1.458 + 2.70}{2.70} = 2.18m$$

11. На ободу кружног тунелског ископа пречника 5м, који се налази на дубини од 200м, у стијенској маси јединичне тежине 25kN/m³, са хидростатичким стањем примарних напона измјерена је конвергенција од 2.5цм. Ако се занемаре еластична помјерања у стијенској маси одредити барем три пара вриједности s' , ϕ' за које се може реализовати наведена конвергенција ако се при лому стијенске масе јавља повећање запремине од 2% и нацртати зависност s' , ϕ' за $\phi' \geq 35^\circ$.

Промјена запремине се дешава у зони граничне равнотеже. У почетној конфигурацији ова зона је у облику кружног прстена (слика доље лијево) чија је унутрашња ивица контура ископа, а спољашња, кружница полупречника r_0 . Након ископа долази до помјерања ивице ископа ка унутра за вриједност конвергенције u_k као и до помјерања спољашње контуре за вриједност

еластичног помјерања u_0 . Деформисана конфигурација је приказана на доњој десној слици. Испрекиданом линијом је приказана почетна конфигурација.



Почетна запремина је:

$$V_0 = r_0^2 \pi - a^2 \pi$$

Након деформације долази до повећања запремине V_1 . Кружница са полупречником a (контура ископа) прелази у кружницу са полупречником a_1 . Слично се дешава и са кружницом полупречника r_0 (граница пластичне зоне):

$$a \rightarrow a_1 = a - u_k$$

$$r_0 \rightarrow r_1 = r_0 - u_0$$

Нова запремина је

$$V_1 = r_1^2 \pi - a_1^2 \pi = (r_0 - u_0)^2 \pi - (a - u_k)^2 \pi$$

Промјена запремине је:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{(r_0 - u_0)^2 \pi - (a - u_k)^2 \pi - r_0^2 \pi + a^2 \pi}{r_0^2 \pi - a^2 \pi} = \frac{\cancel{r_0^2} - 2r_0 u_0 + u_0^2 - \cancel{a^2} + 2a u_k - u_k^2 - \cancel{r_0^2} + \cancel{a^2}}{r_0^2 - a^2}$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{u_0^2 - u_k^2 + 2a u_k - 2r_0 u_0}{r_0^2 - a^2}$$

Пошто су u_k и u_0 мале величине, то су и њихови квадрати мале величине па се могу занемарити па добијамо:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{2a u_k - 2r_0 u_0}{r_0^2 - a^2}$$

Два специјална случаја:

1/ Промјена запремине једнака нули

$$2a u_k - 2r_0 u_0 = 0 \Rightarrow a u_k = r_0 u_0$$

2/ Еластична помјерања се занемарују ($u_0=0$)

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{2au_k}{r_0^2 - a^2}$$

У овом задатку је у питању други случај:

$$2\% = \frac{2}{100} = 0.02 = \frac{2 \times u_k / a}{\left(\frac{r_0}{a}\right)^2 - 1} \Rightarrow \left(\frac{r_0}{a}\right)^2 = \frac{2 \times 0.025 / 2.5}{0.02} + 1 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{\frac{r_0}{a} = 1.41}}$$

Израз за r_0 (неподграђен ископ):

$$r_0 = a \left[\frac{2(p_0(\kappa - 1) + \sigma_c)}{(\kappa + 1)\sigma_c} \right]^{\frac{1}{\kappa - 1}} \Rightarrow \left(\frac{r_0}{a}\right)^{\kappa - 1} = \frac{2(p_0(\kappa - 1) + \sigma_c)}{(\kappa + 1)\sigma_c}$$

$$\sigma_c = 2 \frac{c \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad \kappa = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

3a $\phi' = 35^\circ$

$$\kappa = 3.68 \quad \sigma_c = 3.836 \times c' [MPa]$$

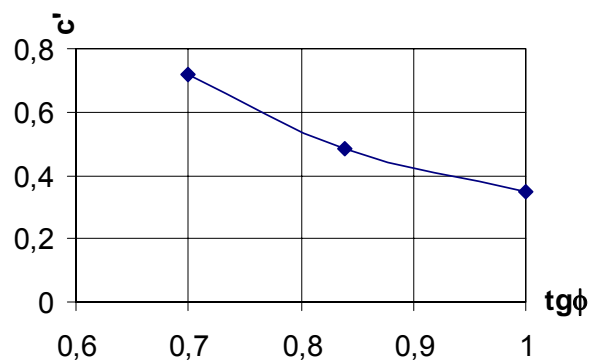
$$1.41^{2.68} = \left[\frac{\frac{5}{3.836 \times c'} \times 2.68 + 1}{4.68/2} \right] \Rightarrow \underline{\underline{c' = 0.716 MPa}}$$

3a $\phi' = 40^\circ$

$$\kappa = 4.60 \quad \sigma_c = 4.29 \times c' [MPa] \Rightarrow \underline{\underline{c' = 0.485 MPa}}$$

3a $\phi' = 45^\circ$

$$\kappa = 5.83 \quad \sigma_c = 4.83 \times c' [MPa] \Rightarrow \underline{\underline{c' = 0.35 MPa}}$$



12. У неподграђеном ископу пречника 4.0м на дубини од 200м у стијенској маси јединичне тежине 25 kN/m^3 са хидростатичким стањем примарних напона, са параметрима чврстоће $c'=0.60\text{MPa}$, $\varphi'=40^\circ$ и еластичним својствима $E_{sm}=2000 \text{ MPa}$, $\mu_{sm}=0.35$ измјерена је конвергенција од 1.5цм. Одредити која се промјена запремине (γ %) јавља при лому у стијенској маси око ископа.

$$p_0 = \gamma H = 25 \times 200 = 5000 \text{ kN/m}^2 = 5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = 2 \frac{0.6 \times \cos 40}{1 - \sin 40} = 2.573 \text{ MPa}$$

$$\gamma = \frac{1 + \sin 40}{1 - \sin 40} = 4.60$$

$$r_0 = a \left[2 \frac{p_0(\kappa-1) + \sigma_c}{(\kappa+1)\sigma_c} \right]^{\frac{1}{\kappa-1}} = 2 \left[2 \frac{5 \times 3.6 + 2.573}{5.6 \times 2.573} \right]^{0.278} = 2.68 \text{ m}$$

Еластично помјерање контакту пластичне и еластичне зоне:

$$u_0 = \frac{1 + \mu_{sm}}{E_{sm}} (p_0 - \bar{p}) r_0 = \frac{1 + 0.35}{2000} \left(5 - \frac{\sigma_c}{k-1} \left[\left(\frac{r_0}{a} \right)^{\kappa-1} - 1 \right] \right) 2.68 = 0.664 \text{ cm}$$

Промјена запремине је:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{u_0^2 - u_k^2 + 2au_k - 2r_0u_0}{r_0^2 - a^2} = \frac{0.0664^2 - 1.5^2 + 200 \times 2 \times 1.5 - 2 \times 268 \times 0.664}{268^2 - 200^2} = 0.77\%$$

13. У тунелском ископу пречника 620м у стијенској маси са параметрима чврстоће $c'=0.45\text{MPa}$, $\varphi'=40^\circ$ са дозвољеном конвергенцијом од 3цм и промјеном запремине стијенске масе при слому од 2% димензионисати НАТМ подграду са коефицијентом сигурности 1.25 и са односом еквивалентних реактивних притисака $P_{es}:P_{eb}:P_{ea}=1:0.70:0.10$. Сидра усвојити са максималном силом од 250кN, максимални напон смицања у бетону је 6MPa а еластичне деформације стијене се занемарују.

$$P_e = \frac{w}{a} \times 0.766 \times \frac{2 - 0.643}{1 - 0.643} \times 0.45 \times 0.843 = \frac{w}{a} \times 1.1045 \text{ (MPa)}$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{a^2 - a_1^2}{r_0^2 - a^2} = \frac{2}{100}, \quad a_1 = a - 3 \text{ cm} = 310 - 3 = 307 \text{ cm}, \quad a_1 / a = 0.99$$

$$2(w+a)^2 - 2a^2 = 100(a^2 - 0.99^2 a) = 100a^2(1 - 0.98) = 2a^2$$

$$(w+a)^2 = 2a^2 \Rightarrow w+a = 1.41a \Rightarrow \underline{w = 0.41a} \Rightarrow p_e = 0.41 \times 1.1045 = 0.453 \text{ MPa} = 453 \text{ kPa}$$

$$p_{es} + p_{eb} + p_{ea} = 1.25 \times 453 = 566 \text{ kPa}$$

$$p_{es} + 0.70 p_{es} + 0.10 p_{es} = 566 \text{ kPa}$$

$$1.8 p_{es} = 566 \text{ kPa} \Rightarrow p_{es} = 314 \text{ kPa}, p_{eb} = 220 \text{ kPa}, p_{ea} = 31.4 \text{ kPa}$$

$$p_{eb} = 0.22 \text{ MPa} = 2 \times 6 \times \frac{d_b}{3.10} \times \frac{1}{0.766} = d_b \times 5.05 \Rightarrow d_b = 0.0435 \text{ m} = 4.5 \text{ cm}$$

$$p_{ea} = 2 \times \frac{f_a}{3.10} \times 6 \times 10 \times \frac{1}{\cos \phi} = 50.53 f_a \Rightarrow f_a = \frac{0.0314}{50.53} \times 10^4 = 6.21 \text{ cm}^2$$

Усваја се 13φ8/м (φ8/7.70cm)

$$p_{es} = 314 \text{ kPa} = \frac{250}{e_r^2} \Rightarrow e_r = 0.892 \text{ m}$$

$$O = 6.20 \times \pi / 4 = 19.468 \text{ m}$$

$$n = \frac{19.468}{0.892} = 21.82$$

Усвајају се 22 сидра на размаку $e_r = 0.88 \text{ m}$

Дужина сидрења

$$L_s = 4.5 + 0.41 \times 310 + 77 \times 0.50 \times (127 + 310) / 310 = 193.5 \text{ cm}$$

14. У ископу пречника 6м на дубини од 260м у стијенској маси јединичне тежине 25 kN/m^3 , са параметрима чврстоће $c' = 1.5 \text{ MPa}$, $\phi' = 36^\circ$ и еластичним константама $E_{sm} = 1500 \text{ MPa}$, $\mu_{sm} = 0.30$ примјењује се НАТМ подграда са дозвољеном конвергенцијом од 2цм уз услов да се слом стијенске масе око ископа обавља без промјене запремине. Подграду димензионисати по поступку Sattler-Rabzewicz са коефицијентом сигурности 1.30 а дебљину прсканог бетона одредити из услова да се бетон армира са коефицијентом армирања 0.8%, да је напон смицања слома у бетону 6MPa и да се 70% носивости подграде реализује посредством сидара са максималном силом у сидру од 1600 kN.

$$p_0 = \gamma H = 25 \times 260 = 6500 \text{ kN/m}^2 = 6.5 \text{ MPa}$$

$$c' = 1.5 \text{ MPa}$$

$$\phi' = 36^\circ$$

$$\kappa = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = 3.852$$

$$\sigma_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} = 5.887 \text{ MPa}$$

Пошто је промјена запремине једнака нули

$$\frac{\Delta V}{V_0} = 0 \Rightarrow a u_k = r_0 u_0 \Rightarrow \frac{r_0}{a} \times u_0 = u_k \quad (*)$$

У горњем изразу су непознате r_0 и u_0 .

Непознато еластично помјерање на контакту између еластичне и зоне граничне равнотеже налазимо на следећи начин:

1. Уклања се зона граничне равнотеже и добија отвор у стијенској маси полупречника r_0

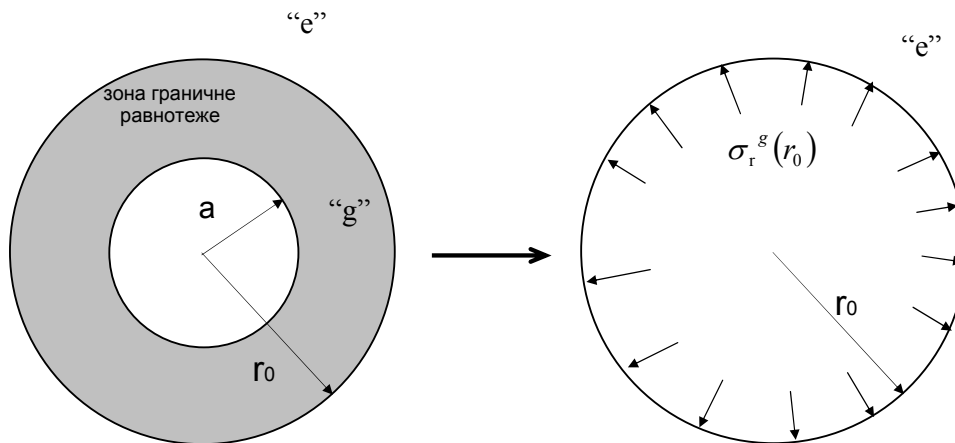
2. На контакту између "g" и "e" зоне дјелује радијални напон $\sigma_r^g(r=r_0) = P_e \left(\frac{r_0}{a} \right)^{k-1}$.

Након фиктивног уклањања зоне "g" њен утицај замјењујемо аплицирањем овог напона на контуру отвора полупречника r_0

3. Пошто се за $r > r_0$ стијенска маса понаша еластично можемо примијенити формуле за напоне и помјерања за отвор у стијенској маси полупречника r_0 који је по контури оптерећен радијалним притиском σ_r^g .

еластична зона ($r > r_0$)

еластична зона ($r > r_0$)



Формула за радијално помјерање стијенске масе:

$$u_{rsm} = \frac{1 + \mu_{sm}}{E_{sm}} (P_0 - P_e) a$$

Ако у ову формулу уврстимо

$$u_{sm} = u_0, a = R_0$$

$$\bar{P}_e = \sigma_r^g(r=r_0) = P_e \left(\frac{r}{a} \right)^{k-1} = P_e \left(\frac{r_0}{a} \right)^{2.852}$$

добијамо еластично помјерање у функцији од односа r_0/a и реактивног притиска подграде p_e

$$u_0 = \frac{1 + \mu_{sm}}{E_{sm}} \left(P_0 - P_e \left(\frac{r_0}{a} \right)^{2.852} \right) r_0$$

Затим u_0 уврстимо у једначину (*) и добијамо:

$$\frac{1 + \mu_{sm}}{E_{sm}} \left(P_0 - P_e \left(\frac{r_0}{a} \right)^{2.852} \right) r_0 \times \frac{r_0}{a} = u_k$$

Реактивни притисак подграде P_e можемо изразити у функцији од r_0/a

$$p_e(\tau_{mob}) = \frac{w}{a} \cos \phi \times \frac{2 - \sin \phi}{1 - \sin \phi} \times c \times \cos \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\phi}{4} \right) = \frac{r_0 - a}{a} \cos 36^\circ \times \frac{2 - \sin 36^\circ}{1 - \sin 36^\circ} \times 1.5 \times \cos \left(\frac{180}{8} + \frac{36}{4} \right)$$

$$p_e(\tau_{mob}) = 3.547 \times \left(\frac{r_0}{a} - 1 \right)$$

Замјеном ове вриједности у претходну једначину добијамо:

$$\frac{1 + \mu_{sm}}{E_{sm}} \left(P_0 - 3.547 \times \left(\frac{r_0}{a} - 1 \right) \left(\frac{r_0}{a} \right)^{2.852} \right) r_0 \times \frac{r_0}{a} = u_k$$

Након дијељења обије стране једначине са a и уврштавања познатих вриједности добијамо једначину по r_0/a

$$\left(6.50 - 3.547 \times \left(\frac{r_0}{a} - 1 \right) \left(\frac{r_0}{a} \right)^{2.852} \right) \times \left(\frac{r_0}{a} \right)^2 = 7.692$$

Ова се једначина решава нумерички

$$x = \frac{r_0}{a}$$

$$(6.50 - 3.547 \times (x - 1)x^{2.852}) \times x^2 = 7.692$$

Изразићемо x на следећи начин

$$x = \sqrt{\frac{7.692}{(6.50 - 3.547 \times (x - 1)x^{2.852})}} = f(x)$$

а затим формирати итеративну формулу

$$x_{k+1} = \sqrt{\frac{7.692}{(6.50 - 3.547 \times (x_k - 1)x_k^{2.852})}} = f(x_k)$$

У следећој табlici је приказан ток итеративног процеса

| x_{k+1} | $f(x_k)$ |
|------------|-------------|
| 1 | 1,087834829 |
| 1,08783483 | 1,122576521 |
| 1,12257652 | 1,14225701 |

| | |
|------------|-------------|
| 1,14225701 | 1,155337176 |
| 1,15533718 | 1,164915281 |
| 1,16491528 | 1,172418909 |
| 1,17241891 | 1,178606444 |

| | |
|------------|-------------|
| 1,17860644 | 1,183923946 |
| 1,18392395 | 1,188656087 |
| 1,18865609 | 1,19299836 |
| 1,19299836 | 1,197095228 |
| 1,19709523 | 1,201062295 |
| 1,20106229 | 1,20500068 |
| 1,20500068 | 1,209007833 |
| 1,20900783 | 1,213187384 |
| 1,21318738 | 1,217660243 |
| 1,21766024 | 1,222579576 |

| | |
|------------|----------------------|
| 1,22257958 | 1,228153891 |
| 1,22815389 | 1,234686278 |
| 1,23468628 | 1,242646888 |
| 1,24264689 | 1,252818764 |
| 1,25281876 | 1,266622723 |
| 1,26662272 | 1,286943932 |
| 1,28694393 | 1,320671046 |
| 1,32067105 | 1,389218483 |
| 1,38921848 | 1,60813262 |
| 1,60813262 | $\sqrt{-4.13192745}$ |

Итеративни процес је дивергентан за $x > 1.20$.

За $x = 1.20$ једнакост (1) је приближно задовољена:

$$(6.50 - 3.547 \times (1.20 - 1)1.20^{2.852}) \times 1.20^2 = 7.67 \approx 7.692$$

Зато усвајамо $x = r_0/a = 1.20m$ и налазимо вриједност реактивног притиска

$$p_e(\tau_{mob}) = 3.547 \times \left(\frac{r_0}{a} - 1 \right) = 3.547 \times (x - 1) = 3.547 \times (1.20 - 1) = 0.709 MPa = 709 kPa = 709 kN / m^2$$

$$p_{ea} + p_{eb} + p_{es} = F_s \times P_e(\tau_{mob}) = 1.3 \times 709 = 921 kPa$$

Услов задатка је да се се 70% носивости подграде остварује сидрима односно:

$$p_{ea} + p_{eb} = 0.3 \times 921 kPa = 276 kPa = 0.276 MPa$$

$$2 \times 6 \times \frac{d_b}{3} \times \frac{1}{0.809} + \frac{0.8}{100} \times \frac{1 \times d_b}{3} \times \frac{6 \times 10}{0.809} \times 2 = 0.276 MPa$$

$$4.94 \times d_b + 0.39 d_b = 0.276 MPa$$

$$d_b = 0.051 m$$

Усваја дебљина облоге од прсканог бетона

$$d_b = 5 cm$$

Количина арматуре по дужном метру облоге

$$f_a = \frac{0.8}{100} \times 5 \times 100 = 4 cm^2 / m'$$

Усваја се арматура $8\phi 8/m'$

Еквивалентни реактивни притисак сидара:

$$P_{es} = 0.70 \times 921 = 645 kPa = \frac{S_{max}}{e^2} = \frac{1600}{e^2} \Rightarrow e_r = e_l = e = 1.57 m$$

Слободна дужина сидара:

$$l_s = 0.05 + 0.60 + \frac{3.60}{3} \times 0.5 \times 1.57 = 1.59 m$$

15. За кружни ископ пречника 5м димензионисати НАТМ подграду по методи Sattler-Rabzewicz са коефицијентом сигурности 1.3, у стијенској маси јединичне тежине 25 kN/m^3 са параметрима отпорности на смицање $c'=0.5\text{MPa}$, $\phi'=35^\circ$ и ширином зоне граничне равнотеже од 1.5м. При димензионисању усвојити да 60% отпора подграде остварују сидра равномерно распоређена са размаком од 1.0м. Максимална дебљина прсканог бетона бцм и са дозвољеним напоном смицања у бетону од 6 Мра. Одредити максималну дубину ископа за ову подграду.

$$p_e(\tau_{\text{mob}}) = \frac{w}{a} \cos \phi \times \frac{2 - \sin \phi}{1 - \sin \phi} \times c \times \cos \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\phi}{4} \right)$$

$$p_e(\tau_{\text{mob}}) = \frac{1.5}{2.5} \times \cos 35 \times \frac{2 - \sin 35}{1 - \sin 35} \times 0.5 \times \cos \left(\frac{180}{8} + \frac{35}{4} \right)$$

$$p_e(\tau_{\text{mob}}) = 0.70 \text{MPa}$$

$$p_e = p_{ea} + p_{eb} + p_{es} = F_s \times P_e(\tau_{\text{mob}}) = 1.3 \times 0.7 = 0.91 \text{MPa}$$

$$p_{es} = 0.6 \times P_e = 0.6 \times 0.91 = 0.546 \text{MPa}$$

а) Максимална дубина ископа

$$r_0 = w + a = a \left[\frac{2p_0 - \sigma_c}{(1 + \kappa)p_e} \right]^{\frac{1}{\kappa - 1}}$$

$$p_0 = \gamma H = 25 \times H, \quad \kappa = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = 3.690 \quad \sigma_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} = 1.92 \text{MPa}$$

$$\frac{r_0}{a} = \frac{w + a}{a} = \frac{1.5 + 2.5}{2.5} = 1.6$$

$$\left[\frac{2p_0 - \sigma_c}{(1 + \kappa)p_e} \right] = \left(\frac{r_0}{a} \right)^{\kappa - 1} = 1.6^{3.690 - 1} = 3.540$$

$$\left[\frac{2 \times 25 \times H - 1920 \text{kPa}}{(1 + 3.690) \times 700 \text{kPa}} \right] = 3.540 \Rightarrow 50H = 13496 \text{kPa}$$

$$\Rightarrow H < 270 \text{m}$$

б) Димензионисање

Број сидара на међусобном растојању од 1м:

$$n = \frac{2a\pi}{e} = \frac{2 \times 2.5 \times \pi}{1.0} = 15.7$$

Усваја се 16 сидара на растојању:

$$e_r = e_l = e = \frac{2 \times 2.5 \times \pi}{16} = 0.98m$$

Максимална сила у сидру је:

$$S_{\max} = P_{es} \times e^2 = 0.98m \times 546 \frac{kN}{m^2} = 535kN$$

Слободна дужина сидра:

$$l_s = 0.06 + 1.5 + 0.98 \times \frac{4.0}{2.5} \times 0.5 = 2.344m$$

Носивост прсканог бетона:

$$p_{eb} = \frac{2d_b \tau_b^{doz}}{a \times \cos \phi} = \frac{2 \times 0.06m \times 6MPa}{2.5m \times \cos 35} = 0.352MPa$$

Потребна носивост арматуре је:

$$p_{ea} = p_e - p_s - p_b = 0.91 - 0.546 - 0.352 = 0.012MPa$$

$$p_{ea} = \frac{2f_a \tau_b E_a / E_b}{a \cos \phi} = \frac{2f_a \times 6MPa \times 10}{2.50m \times \cos 35} = 0.012MPa$$

$$\Rightarrow f_a = 0.0002048m^2 / m = 2.048cm^2 / m$$

Усваја се мрежа MGA R221 ($f_a=2.21cm^2/m'$)